DGS-Kongress in Frankfurt /Oder: 24.-26. Juni 2005 **STAND: 16.06.2005**
Sektion: Computer-Semiotik

W o l f g a n g W i l d g e n

DIE DIMENSIONALITÄT ALS SCHLÜSSEL ZUR STRUKTURELLEN KOMPLEXITÄT SPRACHLICHER UND VISUELLER ZEICHEN

1. Die Rolle der Dimension für die Analyse von Zeichenformen

Die maschinelle Verarbeitung (Erkennung, Generierung) von Zeichen ist vom Organisationstypus und von der Art und dem Grad der Komplexität der Zeichen abhängig. Mag im Sinne von Peirce die Welt und damit die Menge der Referenzobjekte in der Welt auch gleich sein, so ist doch die Struktur des Representamens, des Zeichenkörpers, eine weitere entscheidende Bestimmungsgröße des Zeichens.[1] Eine wesentliche Voraussetzung der Organisation und Komplexität des Zeichenkörpers ist dessen Dimensionalität. Die kritische Funktion der Dimension war bereits den altgriechischen Mathematikern aufgefallen. Betrachtet man etwa die regulären Vielecke, so ergibt sich eine einfache Reihe, denn ab drei Ecken und Kanten gibt es eine aufsteigende Reihe, die abzählbar unendlich ist und deren Fläche sich immer mehr dem des umschriebenen Kreises annähert.

Steigert man die Dimension d auf 2, so zeigt sich ein ganz anderes Bild: Es gibt nur noch fünf „Platonisch genannte Vielecke; außerdem gibt es eine größere Zahl halbregulärer, d.h. mit verschiedenen regulären Flächen ausgestattete Körper; die sogenannten Archimedischen Körper. Die fünf Platonischen Körper lassen sich sogar auf drei Grundformen und ihre Duale zurückführen:

- das Tetraeder, das sein eigenes Dual ist;
- den Kubus mit dem Oktaeder (Doppelpyramide) als Dual;
- das Dodekaeder (auf der Basis von Fünfecken) mit dem Ikosaeder (auf der Basis von Dreiecken) als Dual.

Seit Felix Klein im 19. Jh. die orientierten Flächen eingeführt hat, gibt es auch Zweiflächler (ein flacher Körper im Raum mit zwei verschieden orientierten Flächen). Wenn wir die regulären Vielecke mit A, die orientierten Zweiflächler mit D, die regulären Polyeder mit E

[1] Dass die Wahrnehmung und Kategorisierung der Welt eine weitere variable Größe darstellt, ist klar. Die Relativierung des Zeichengebrauchs auf die subjektive Perspektive auf die Welt ist charakteristisch für den Strukturalismus und daraus folgt der dyadische Zeichenbegriff Ferdinand de Saussures. Im Kontext einer Wissenschaftstheorie ist allerdings der Weltbezug jenseits der subjektiven Reaktionen auf die Welt von nicht zu vernachlässigender Bedeutung.

bezeichnen, haben wir für d = 1 und d = 2 die grundlegende Typenvielfalt, da sich dann viele halbreguläre Formationen zusammenstellen lassen.[2]

Ich will die Fälle d = 3, d = 4, d =5 usw. nur kursorisch behandeln. Wie Stewart (1989: 91) zeigt, gibt es auch hier nur endliche (kleine) Mengen regulärer Formen; bei Dimension 4 gibt es z.B. sechs reguläre Hyperkörper. Der Sonderfall d = 1 scheint trivial einfach zu sein. Es gibt nur geschlossene, halboffene und offene Linien.

(a) **(b)** **(c)**

Abbildung 1: Strukturen bei d = 1.

Nimmt man das geschlossene Segment als reguläres (da symmetrisches Element), dann sind auch alle Kombinationen trivial einfach. In Abbildung 2 berücksichtigen wir außerdem Gruppierungen auf zwei Ebenen der Komposition.

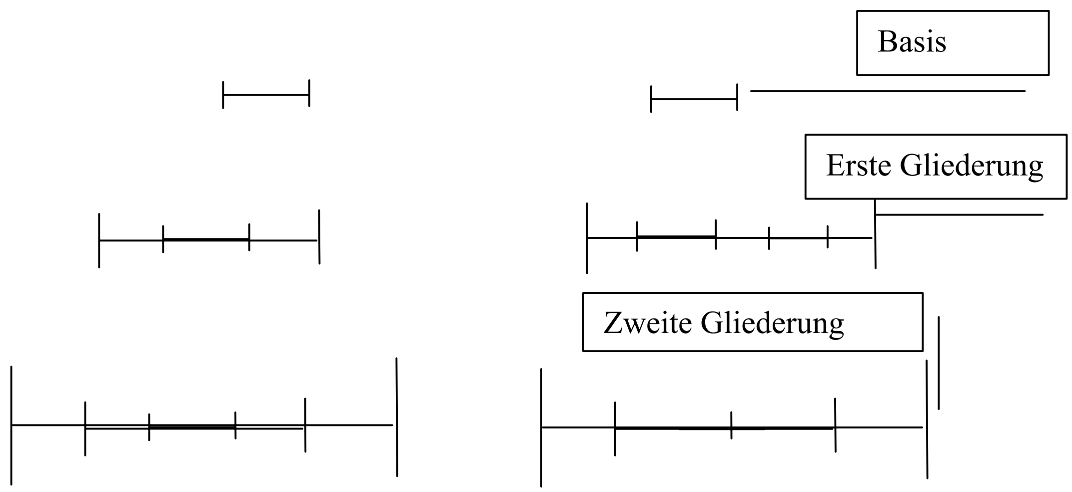

Abbildung 2: Geschlossene Segmente an der Basis und zwei Ebenen der Gruppierung.

Im Grunde ist der distributionelle Strukturalismus im Stil von Bloch und Harris, ebenso wie die generative Grammatik, eine Methode, die Menge der Gruppierungen von linearen Segmenten zu beschreiben. Die auftretenden Diskontinuitäten, die linearen Abhängigkeiten innerhalb einer oder mehrerer Gruppierungsebenen machen die ganze Komplexität dieser Modelle aus.

[2] Diese sind, wie Slodowy (1995) zeigt, mit grundlegenden Strukturen der Differentialtopologie, wie wir sie z.B. in der Katastrophentheorie vorfinden, zu verbinden.

Lücken spielen eine Rolle bei den Cantor-Mengen und Sierpinski-Teppichen oder -Körpern, die der Ausgangspunkt der fraktalen Mathematik waren, d.h. es gibt nicht nur die ganzzahligen Dimensionen: 0-Punkt, 1-Linie, 2-Fläche, 3-Körper usw., es gibt auch Bruchdimensionen, d = 1/2, 1/3, ... , 5/3, 11/4 usw. Im Falle der Cantor-Menge wird aus einem Liniensegment jeweils z.B. ein Drittel herausgeschnitten; wir erhalten dann die in Abbildung 3 (links) gezeigte Struktur. Ähnliches geschieht beim Sierpinski-Dreieck (rechts).

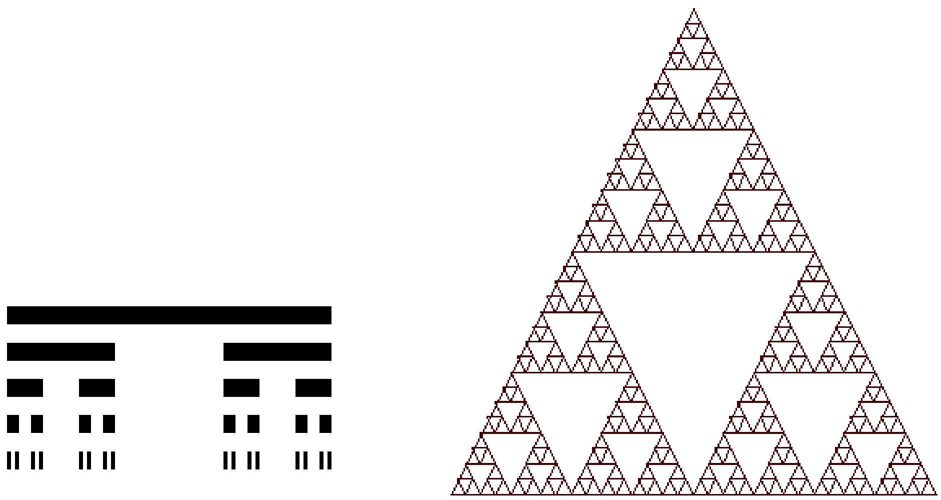

Abbildung 3:Cantor-Menge (links) und Sierpinski-Dreieck.

Es ist unmittelbar einleuchtend, dass die strukturellen Möglichkeiten (Symmetrien, Kombinationen, Hierarchien) entscheidend davon abhängig sind, ob:

a) eine ganzzahlige Dimension des Typs: 0, 1, 2, 3, 4 ... vorliegt;

b) eine fraktale Dimension vorliegt.

Wenn der Zeichenkörper einer ganzzahligen Dimension angehört, sind entscheidende Unterschiede zwischen d = 1, d = 2, d = 3 zu erwarten.

Ich will im Folgenden die Diskussion vereinfachen und einfach annehmen, dass die Sprache, wie Ferdinand de Saussure meint, linear (d = 1) ist. Es ist offensichtlich, dass Bilder, Skulpturen/Architekturen Zeichenformen der Dimensionen 2 und 3 sind. Fraktale Dimensionen werden vorläufig vernachlässigt.

2. Die Dynamik von Zeichenformen in verschiedenen Dimensionen

Der Zeichenkörper ist nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen statisch (wie in der Geometrie) zu betrachten, z.B. als geschriebener Text, fertiges Bild. In der semiotischen Realität wird das Zeichen erzeugt, der Satz gesprochen, das Bild in einer Reihe von Schritten gemalt und selbst wenn das Produkt vorliegt, muss der Zeichenbenutzer es lesen, anschauen, was wiederum eine Dynamik involviert (eine Bewegung und Kräfte, die die Bewegung steuern).

Ein Satz kann (in der lateinischen Schrift) von links nach rechts gelesen werden (mit Zeilensprüngen), es werden aber auch Vorwärts- und Rückwärtsbeziehungen erkannt, manchmal muss ein Holzweg (garden path) zurückgegangen werden. Abbildung 4 zeigt diese drei Typen von Bewegungen.

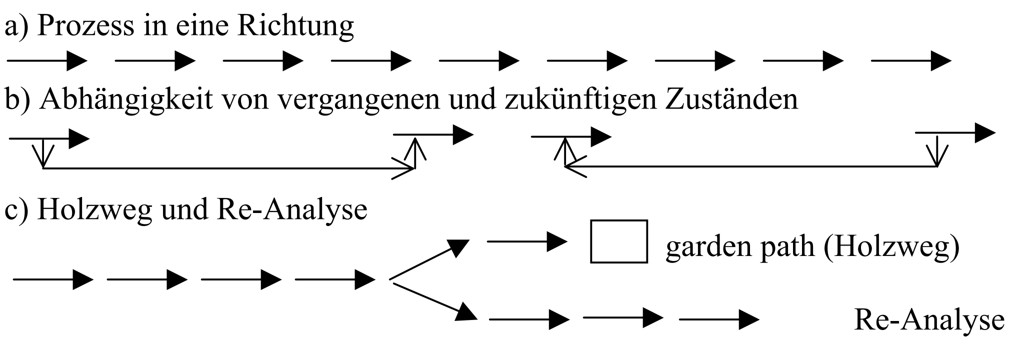

Abbildung 4: Drei Arten des rechtsgerichteten Prozesses

Im Falle einer Bildfläche ist die Dynamik wesentlich komplexer. Auch ohne Vor- und Rückbezüge und Holzwege ergeben sich eine unendliche Vielfalt von Wegen. Drei sehr reguläre Typen von Wegen in einem Quadrat zeigt Abbildung 5.

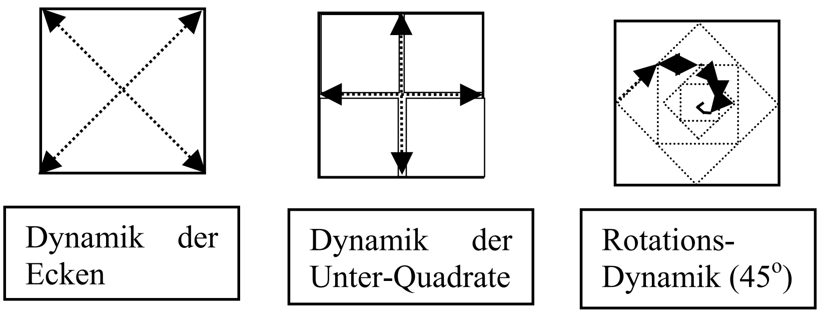

Abbildung 5: Drei Typen von regulären Wegen (aus einer unendlichen Menge von Wegen in der Fläche).

Falls ein chaotischer, d.h. nie an einen Punkt zurückkehrender (azyklischer) Weg gewählt wird, erhalten wir eine Füllung der Fläche mit Wegen und somit eine fraktale Dimension: d.h. zwischen Dimension 1 und 2

Die geometrische Form des Bildes, ob rund oder eckig, ob quadratisch, rechteckig usw. spielt ebenfalls eine wichtige Rolle. Wie die Gestalttheorie gezeigt hat, bilden die Ecken des Bildes (bzw. die Nachbarschaft der Ecken), die waagerechten, senkrechten, diagonalen Wege wichtige dynamische Felder aus, in welche der Bildinhalt bei optimaler Gestaltung eingefügt wird (vgl. Saint-Martin, 1990). Ich möchte dies anhand des Abendmahls von Leonardo da Vinci knapp demonstrieren.

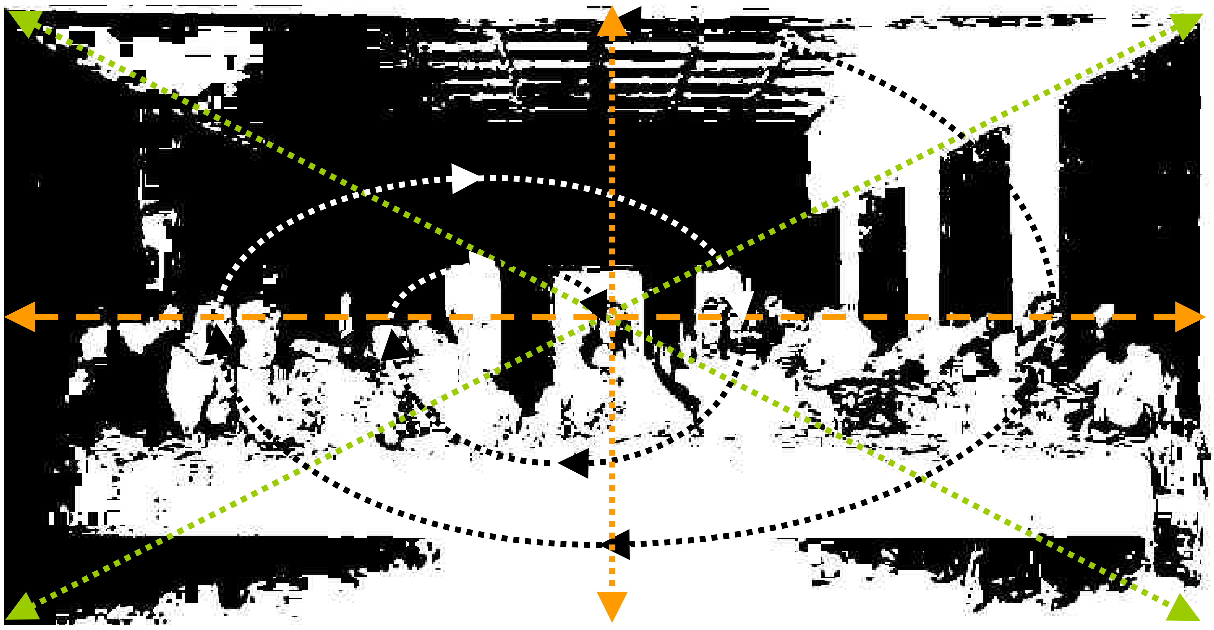

Abbildung 6: Dynamische Achsen im „Letzten Abendmahl“ von Leonardo da Vinci.

Das flache Bild an der Wand ist gegenüber den Bewegungen des Betrachters relativ invariant (im Falle einer Zentralperspektive ist allerdings ein idealer Betrachterort implizit ausgezeichnet); die Skulptur verändert aber ihr Aussehen systematisch mit der Bewegung des Betrachters (vgl. Moore’s Plastiken, die diesen Effekt dramatisch nützen, und Wildgen, 2004c). Im Falle der Architektur bewegt sich der Betrachter nicht nur um das Objekt, sondern auch in ihm. Außerdem benützt er das Gebäude zu verschiednen Zwecken; ein Pendant wäre die Design-Tasse, die man nicht nur betrachten, sondern aus der man auch trinken kann.

Wenn wir die pragmatische Dimension ausklammern, bleibt immer noch ein dramatischer Unterschied in der Dynamik der Zeichenerzeugung bzw. Interpretation bei Zeichenkörpern der Dimension 1, 2 oder 3; die sich z.B. in der Anzahl von Lesewegen ausdrückt. Eine komputationelle Analyse und Generierung von Zeichen muss deshalb dem Faktor Dimension primäre Aufmerksamkeit schenken. Mit der zunehmenden Komplexität der möglichen Strukturen und Bewegungen, etwa von $d = 1$ (Sprache) zu $d = 2$ (Bild) und $d = 3$ (Skulptur/Architektur), müssen Reduktionsmechanismen gefunden werden. Dies sind im Wesentlichen:

- Symmetrien,
- Chaos-Kontroll-Instanzen,

auf die ich in den nächsten Abschnitten eingehen werde.

Zur Dynamik sei noch anzumerken, dass in der Differentialtopologie ein dynamischer Äquivalent der regulären Polygone (A), der Zweiflächler Kleins (D) und der regulären Polyeder platonischen Körper (E) gefunden wurden. Dies sind die Familie der Kuspoïde (A_3, A_4, A_5, A_6, A_7 ...), die Familie der Umbiliken (D_4-D_5) und die Familie E (E_6, E_7, E_8).[3] Während die Familie A abzählbar unendlich ist, ist zumindest im Bereich reeller Lösungen die Familie D und E eng begrenzt. Damit lassen sich nicht nur Flächen und Körper, sondern auch dynamische Entitäten quasi-geometrisch ordnen. Da das Zeichen (das „Representamen" bei Peirce) statisch *und* dynamisch sein kann, ist dies eine wichtige Voraussetzung für eine geometrisch-topologische Semiotik.

3. Symmetrieeigenschaften von Zeichenformen

Bei der Symmetrie ist der wesentliche Bezugspunkt die Geometrie der regulären Vielecke (Polygone) und Vielflächler (Polyeder). Ich werde deshalb den Aspekt der Symmetrie anhand der klassischen Geometrie erläutern.[4] Die Symmetrie in der Geometrie kann auf einen Begriff der *Bewegung* zurückgeführt werden (vgl. Field und Golubitzsky, 1993: 5). Hebt man einen Gegenstand auf und setzt ihn wieder in der ursprünglichen Position ab, erhält man die triviale Null-Symmetrie (Identität). Nehmen wir nun als einfachsten Fall ein gleichseitiges Dreieck (oder einen dreizackigen Stern), so können wir ihn drehen. Drei Drehungen um 120^{o} stellen die Ausgangssituation wieder her. Wir können ihn aber auch um eine Achse, z.B. OA spiegeln; spiegeln wir ihn anschließend um die Achsen OB und OC, kehren wir ebenfalls zum Ausgangspunkt zurück. Diese Kombinationen von Transformationen nennt man Gruppen und der dreizackige Stern bzw. das gleichseitige Dreieck sind durch die genannten sechs Transformationen und die Null-Transformation charakterisierbar.

[3] Slodowy (1995: 87) listet die komplexen Sie-Gruppen A, B, C, D, E, F, G auf. Die Klein-Singularitäten A, D, E sind eine Untermenge davon (ibidem: 91).

[4] Neben rationalen Proportionen, etwa 1:2, 1:3, 1:5, gibt es in der Natur häufig irrationale Proportionen, für die z.B. der Goldene Schnitt charakteristisch ist.

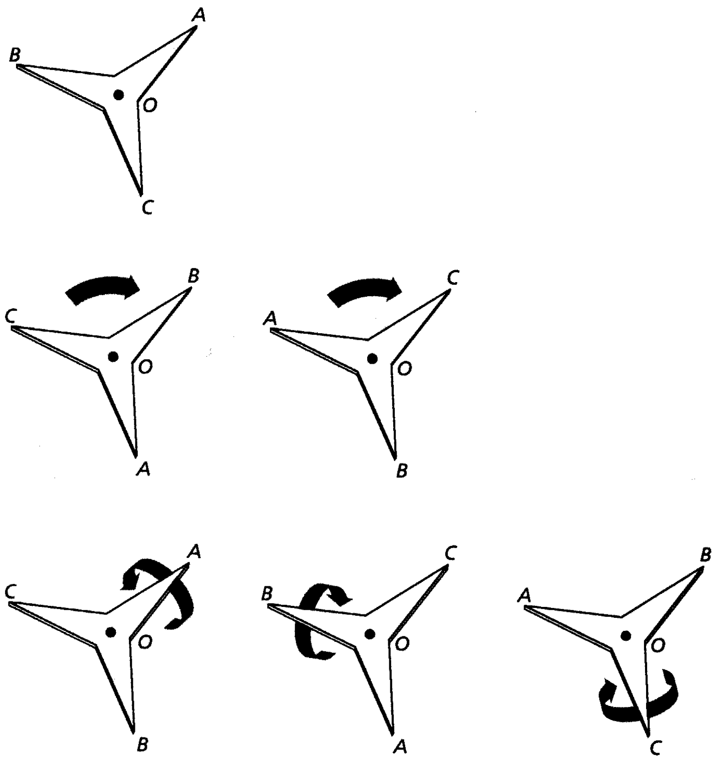

Abbildung 7: Transformationen des dreizackigen Sterns (vgl. Field und Golubitsky, 1993: 6).

Rein geometrisch haben die regulären Vielecke und die regulären (platonischen) Körper die optimalen Symmetrieeigenschaften. In Fällen, in denen die Symmetrie für natürliche Systeme zur Optimalisierung wichtig sind, treten deshalb auch reguläre Flächen und Körper auf. Auf der Grundlage der frühen griechischen Geometrie hat Platon im Dialog *Timaos* sowohl die materielle Welt als auch die menschliche Seele geometrisch aus regulären Atomen aufgebaut.

Abbildung 8: Die Schneeflocke mit hexagonaler Symmetrie (vgl. Field und Golubitsky, 1993: 9).

Ein Folgeproblem der Symmetrie ist die Füllung einer Fläche oder eines Raumes mit regulären Flächen bzw. Körpern; sie wird in der Fläche *Parkettierung*, im Raum *dichte Packung* genannt. Im einfachsten Fall werden gleichseitige Dreiecke, Quadrate, Sechsecke usw. zusammengefügt (bei Fünfecken bleiben bereits Lücken bestehen) und ergeben eine reguläre Parkettierung bis ins unendlich Große (das Universum) und das unendlich Kleine (das Minimum). Die Fläche, der Raum kann aber auch durch die Kombination einer Anzahl verschiedener, aber zueinander passender regulärer Flächen, Körper gefüllt werden (vgl. Rucker, 1987: 103-118). Bei Kreisen und Kugeln bleiben Zwischenräume. Will man diese durch kleine Kreise und Kugeln ausfüllen, nähert man sich dem Infinitesimalkalkül, wie bereits der Lehrer von Leibniz, der Hamburger Mathematiker Jungius, 1630, erkannte.[5]

Die Frage stellt sich nun: Gibt es diese Symmetrien und gruppentheoretischen Strukturmuster auch in der Sprache? Das Axiom der Linearität der Sprache bei de Saussure schließt dies zwar nicht aus, begrenzt die Möglichkeiten aber drastisch auf lineare Symmetrien. Falls die Sprache linear oder dominant linear ist, was ich nur vorläufig akzeptiere, sind neben der trivialen Symmetrie nur Spiegelungen an einem Punkt als Symmetriemerkmale möglich, z.B. die bekannten Palindrome (vgl. dazu Crystal, 1987: 64):

Draw, o coward
Sex at noon taxes
Eh, ça va, la vache

oder das Wort-Quadrat:

S	**A**	**T**	**O**	**R**
A	**R**	**E**	**P**	**O**
T	**E**	**N**	**E**	**T**
O	**P**	**E**	**R**	**A**
R	**O**	**T**	**A**	**S**

d.h. der Sämann (sator), Arepo (Eigenname) lenkt (tenet) den Wagen (rotas) mit Umsicht (opera).[6]

Diese Symmetrieeigenschaften sind eher marginal. Wichtiger wurden im Strukturalismus Gestalteigenschaften von Phonemsystemen. So zeigt z.B. das Deutsche eine Fast-Symmetrie von langen und kurzen Vokalen. Im Lexikon sind das Vorkommen von Antonymen und

[5] Auch Jungius zeigt Einflüsse von Bruno, vgl. Neuser, 1996.

[6] Ich danke Frau Tandecki für eine Internetrecherche zu diesem Thema. In den dort gefundenen Quellen wird auch AREPO weiter interpretiert und auf das Verb ad-repere (=herankriechen), das allerdings im Lateinischen nicht belegt ist, zurückgeführt. Es gibt viele interessante Eigenschaften des Quadrats, so bildet TENET ein Kreuz im Zentrum. Bei Ausgrabungen wurde das Wort-Quadrat z.B. in Pompeji gefunden, und man nimmt einen Bezug zum Mithras-Kult an. Außerdem gibt es christliche Verwendungen als Hochzeitsspruch und magische Zauberformeln, welche sich des Quadrats bedienen. Diese Nützungen zeigen, dass diese sprachlichen Strukturen als sehr ungewöhnlich angesehen wurden.

konträren bzw. kontradiktorischen Paaren (meistens Adjektive), in der Morphologie die Ordnung kategorialer Skalen, z.B. Masculinum (Neutrum) Femininum, oder genereller die Anwendbarkeit binärer Unterscheidungen Phänomene, bei denen Symmetrien eine Rolle spielen.

Für die sprachlichen Strukturen ist charakteristisch, dass zwar eine Tendenz zur Symmetrie feststellbar ist, diese aber meist nur partiell oder gebrochen ist. So könnte man bei einem phonologischen System ein optimales System dann registrieren, wenn alle möglichen Oppositionen mit Minimalpaaren belegt und möglichst gleich stark sind (z.B. sollten Oppositionen, wie etwa stimmhaft – stimmlos, durchgehend sein) und die Positionen der Artikulationsorte auf der Linie Lippen – Kehlkopf gleichmäßig mit Phonemen belegt sind. Zumindest für den Vokalraum gilt, dass je nach der Anzahl von Vokalphoneme deren Prototypen die Fläche parkettieren (vgl. Petitot-Cocorda, 1985: 283-300). Die starke statistische Fluktuation unter dem Einfluss einer Vielzahl von Faktoren verwischt allerdings die klare geometrische Struktur. Immerhin wird deutlich, dass wenn die Symmetrie eine Optimalitätseigenschaft von Systemen ist, die natürlichen Sprachsysteme nicht optimal sind; sie weisen immerhin eine Tendenz in diese Richtung auf.[7]

Die Symmetrie ist nur in den syntaktischen Beispielen streng linear. Sowohl die Phonologie als auch die Semantik betrifft höherdimensionale Räume, so dass mit zwei- oder dreidimensionalen Symmetrien und deren Brechung zu rechnen ist. Die Thematik der Dimensionalität von Sprache soll an dieser Stelle jedoch nicht vertieft werden (vgl. dazu Wildgen, 2004b).

Symmetrie-Eigenschaften von Bildern, etwa Spiegelungen an den dynamischen Achsen, wie sie in

[7] Sowohl die Evolution der Sprache (Phylogenese) als auch der Erwerb der Sprache (Ontogenese) sind durch Selbstorganisationsprozesse geprägt, die gewisse Eigenschaften des Systems in Abhängigkeit von der Anzahl der Elemente (Phoneme, Morpheme) optimieren. Sie erzeugen seine schöne „Struktur", die der Strukturalismus programmatisch herausstellt; vgl. zur Selbstorganisation Wildgen und Mottron, 1987, und zur Evolution der Sprache Wildgen, 2004a.

Abbildung 6 gezeigt werden, vereinfachen die Lesewege des Bildes entscheidend. Im Falle des Abendmahls von Leonardo da Vinci sind die Figuren (entgegen der natürlichen Tisch-Ordnung) linear geordnet mit mehrfachen Symmetrien (mit Jesus als Mittelpunkt und vier Zentren der Dreiergruppen von Aposteln). Die Zentralperspektive ordnet die dargestellten Elemente streng in der Tiefendimension, d.h. die beiden Ordnungsachsen prägen dem Bild eine einfache Lektüre-Ordnung auf.

Im Falle des Textes sind es die Ränder von Wörtern (als grafisch kohärenten Zeichen) und Sätzen (durch Interpunktion bzw. große Anfangsbuchstaben markiert), die den Leseprozess zusätzlich zur links–nach-rechts Leserichtung ordnen. Die Relevanz der Dimension zeigt sich hier in der größeren Vielfalt der Ränder beim Bild (Rahmenform) und der richtungsabhängigen dynamischen Felder; die Anzahl der Symmetrien in Text und Bild steuert die Anzahl möglicher oder bevorzugter Leserichtungen und fokussiert somit die Bedeutungszuweisung (macht sie vorhersehbar und damit kollektiv verfügbar).

Dennoch bleibt ein Problem bei der Komposition der Bedeutungen, die im Leseprozess generiert werden, diese Komposition hat womöglich einen chaotischen Attraktor.

4. Stabilität und Chaos-Kontrolle in Bild und Text

Das Grundproblem jedes Zeichens, das aus einer Vielzahl von Teilen, die selbst Zeichen sind, besteht, liegt in der Stabilität des Kompositionsresultats. Bei der Sprache etwa werden Morpheme zu Wörtern, Wörter zu Sätzen, Sätze zu Texten, Texte zu Diskursen zusammengefügt. Beim Bild sind Figuren (z.B. die 12 Apostel in Leonardos Abendmahl), Objekte (neben den Figuren oder isoliert in Stillleben), Flächen verschiedener Farbe und Textur zusammengefügt; die Bilder mögen, wie bei Monet, Serien ergeben, aus einer Schaffensepoche stammen oder einer Stilrichtung zugehören und bilden damit größere Ordnungen (auch ein Museum der Kunst ist eine Anordnung von Bildern).

Wenn man den Teilen jeweils Bedeutung zuweist, wie entsteht die Gesamtbedeutung aus der Komposition der Teile? Da die Nachbarschaften beim Bild komplexer sind als beim (linearen) Text, ist auch die Kompositionsanalyse komplexer. In einer diskreten Kombinatorik sieht die Nachbarschaft wie in Abbildung 9 aus.

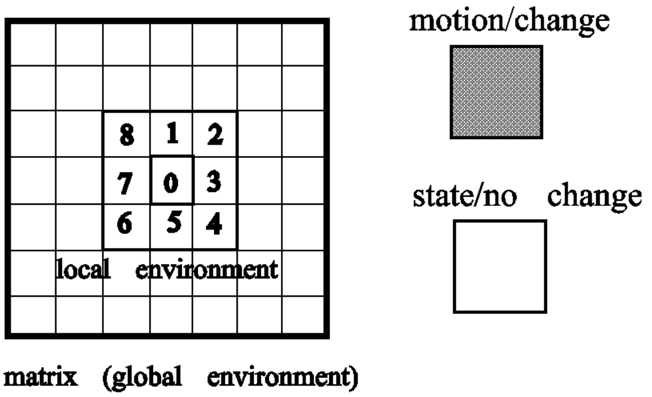

Abbildung 9: Nachbarschaften in einer diskreten linearen oder flächigen Welt (vgl. Wildgen, 1994: 159).

Nun hat aber jedes Teilzeichen eine komplexe Bedeutung, im einfachsten Fall als Merkmalsmatrix bei Morphemen oder als Colorem-Matrix mit Texturmerkmalen im Bild erfassbar. Jede Komposition bildet also die Merkmal-Matrix jedes Teils auf die Komposition von Matrizen aus mehreren Teilen des nächst größeren Gebildes ab; dieser Vorgang wird wiederholt bis der Text oder das Bild ausgeschöpft sind.[8] Die iterierte Abbildung hat aber selbst in sehr einfachen Fällen, z.B. beim Video-Feedback, wie sie Peitgen u.a. (1991) untersuchen, einen Chaos-Attraktor, d.h. die Input-Information geht verloren und autonome Selbstorganisationsmuster bestimmen das Ergebnis.. Vereinfacht gesagt, mit jeder weiteren Komposition und abhängig von der Dimension der Teile, wird das Resultat unvorhersehbarer, unkontrollierbarer. Um ein stabiles Kompositionsergebnis (selbst in einem großen Toleranzrahmen) zu erhalten, braucht man spezielle Ordnungsfaktoren, auch Chaos-Controller genannt. Valenzgitter und semantische Skalen sind solche Chaos-Controller. Dadurch wird die Vielzahl der möglichen Abbildungsresultate in der Komposition durch generelle Ordnungs-Muster dramatisch reduziert und erhält damit Stabilität. Ich will nur die Valenzmuster kurz diskutieren; sie bilden ein kristallines Ordnungsmuster, welches das Abdriften der Kompositionsresultate ins Chaos bzw. in Standardmuster, die vom Input unabhängig sind, verhindern (vgl. dazu Wildgen, 1998b).

[8] Wenn die Linie bzw. Fläche als Kontinuum gesehen wird, müssen erst markierte Grenzen festgestellt werden, bevor die Nachbarschaften definiert sind. Dies ist eigentlich der allgemeine Fall. Die Diskretisierung ist schon eine Behelfskonstruktion für die Analyse und Modellbildung. Zum Verhalten von Kontinuum und diskreter Struktur siehe Wildgen, 2005.

Zu Beginn des 20. Jh. (1903) hat Peirce für seine diagrammatische Logik eine Hierarchie mono-, bi- und trivalenter Rhemata vorgeschlagen, die er in einer quasi-chemischen (relationslogischen) Notation darstellt; vgl. dazu Peirce (1986: 455-457) und Abbildung 10.

- N — b: Napoleon (N) ist blauäugig (b)
- N — l — K: Napoleon (N) liebt (l) eine Katze (K)
- A — g — B: Anton (A) gibt das Buch (B) an Caroline(C)
  |
  C

Abbildung 10: Die drei Bindungsmuster von Sätzen bei Peirce.

Tesnière spricht fast ein halbes Jahrhundert später von der quantitativen Valenz. Beiden dient die Struktur-Chemie, die sich in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts entwickelt hatte, als Inspiration. Nun ist eine Strukturübertragung vom Molekül auf den Satz unplausibel, aber es mag Stabilitätsgrenzen – wie im Fall des Drei-Körper-Systems –, d.h. Übergänge zum Chaos im modernen Sinn, geben, die auch auf die sprachliche Kognition als Neurodynamik zutreffen. Der Satz ist z.B. typisch/häufig Teil einer Narration (er ist sozusagen die Minimal-Form des Narrativen); er verpackt wahrgenommene, in die Handlung erlebte Situationen, Ereignisse (oder erinnerte, vorgestellte), so dass das dynamische Moment in *einem* Verb (oder einem Verbal-Kompositum, einer seriellen Verbal-Konstruktion) von den Komponenten getrennt wird, die als Ergänzungen notwendig, vorhersehbar sind. Insofern also eine minimale Form unter Isolation des dynamischen Moments vorliegt, unterliegt der Satz harten Optimalitätsbedingungen. Die auftretenden Strukturmuster können dabei wesentlich von der quantitativen Valenz des Verbs abhängig sein. Hier ergibt sich wieder eine Analogie zur geometrischen Struktur der Ionenmoleküle vom Typ ABx.[9] A entspräche dem Verb; Bx = den Mitspielern. Man erhält für x = {1, 2, 3, 4} die in Abbildung 11 gezeigten geometrischen Strukturen:

[9]Die Analogie darf nicht als sachlicher Zusammenhang zwischen Chemie und Sprache, z.B. auf der Ebene der genetischen Bedingungen von Sprache, missverstanden werden. Erst ähnliche Selbstorganisations- und Optimalitätsbedingungen bringen unabhängig vom unterschiedlichen materiellen Substrat vergleichbare Strukturen zum Vorschein.

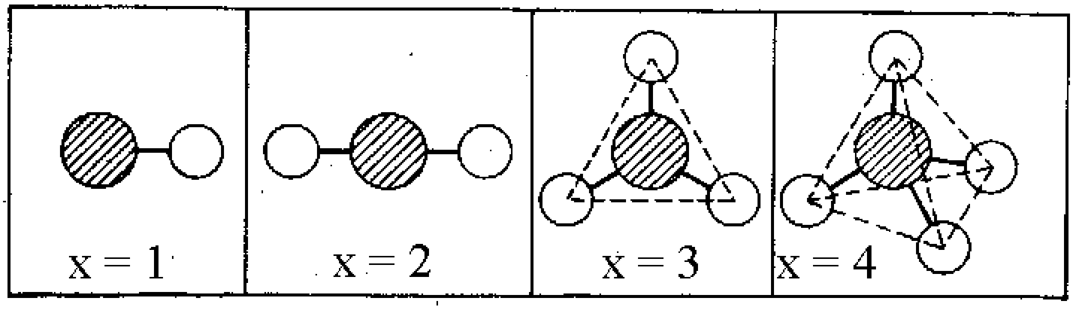

Abbildung 11: Geometrische Struktur der Ionenmoleküle mit der Zusammensetzung Abx (vgl. Wolff, 1963: 35).

Mit der Variablen x verändert sich (teilweise) auch die Dimensionalität der Struktur: d = 1 (linear) bei x = 1, 2 ; d = 2 bei x = 3; d = 3 bei x = 4. Bei einer Darstellung der Satzinhalte als Prädikat-Argument-Struktur wird die Geometrie und die Dynamik der Konstellationen verschleiert. In Abbildung 12 werden diese unterschiedlichen Charakterisierungen verglichen.

Quantitative Valenz	*Geometrische Form*	*Prädikat-Argument-Struktur*
x = 1	eine Hantel	A (B_1)
x = 2	einen Stab	A (B_1,B_2)
x = 3	ein gleichseitiges Dreieck	A (B_1,B_2,B_3)
x = 4	ein Tetraeder	A (B_1,B_2,B_3, B_4)

Abbildung 12: Valenz, geometrische Form und Argumentstruktur.

Die Szene (im Sinne Fillmore's), die ein Satz darstellt, mag in der Vorstellung zwei- oder dreidimensional sein; im Satz muss die Struktur auf *eine* Dimension „geplättet" werden, ohne dass dabei die oben illustrierten Bindungen zerstört werden. Bei einer bivalenten Struktur des Typs

$$B_1\ (S)\ \underbrace{\underline{\text{wirft / stößt / bricht /}}}_{A(V)}\ \ldots\ B_2\ (O)$$

(wobei B_1 = Subjekt, B_2 = Objekt; A = Verb ist) erhalten wir die sechs linearen Kombinationen SVO, SOV, VSO, VOS, OSV, OVS; dabei entsprechen SVO und OVS der oben gezeigten linearen Darstellung; steht V nicht zwischen S und O ist die temporale oder optisch-visuelle Anordnung durch andere Ordnungsmuster zu ersetzen: Kasus, Tonmodifikation und andere Strukturbedeutungen. („Tagmeme" bei Bloomfield, 1933). Bei x = 3 gibt es keine natürliche eindimensionale Anordnung, es können aber die Muster für x = 1, x = 2 zur Plättung analog herangezogen werden, etwa beim Vorbild: SVO_1 (O_1 = direktes Objekt) → SVO_2O_1 oder SVO_1O_2; theoretisch ist auch SO_2VO_1 denkbar. Eine Rolle spielt dabei außerdem die Frage, ob bereits x = 2, z.B. bei der Kasuszuweisung in Analogie zu x = 1 gestaltet wurde oder nicht (siehe die Sprachen vom Akkusativ- oder vom

Ergativ-Typ). Das Problem potenziert sich bei $x = 4$, da es erstens eine Vielzahl linearer Projektionen des Tetraeders gibt und da zweitens auch mögliche Analogieketten bezogen auf die viel häufigeren monovalenten und divalenten Satzstrukturen vielfältiger sind. Wie beim Drei-Körper-Problem ist anzunehmen, dass die Lösung mit Valenz 3 nur in Sonderfällen (z.B. bei Verben des Gebens und Sagens) stabil ist, dass aber für höhere Valenzen die Stabilität oder regelmäßig erfolgreiche Konstruktion nicht mehr gewährleistet ist. Die katastrophentheoretische Semantik hat diese Hypothese weiterentwickelt.[10] An diesem Beispiel lässt sich jedenfalls zeigen, dass Symmetrie- und Stabilitätseigenschaften in enger Beziehung zueinander stehen.

5. Leytons generative Geometrie als mögliches Modell einer gemeinsamen Sprach- und Bildsemiotik

Michael Leyton hat seit 1974 mathematische Wahrnehmungstheorien entwickelt, 1986 publizierte er einen langen Artikel „Principles of Information Structure Common to Six Levels of the Human Cognitive System“ (Leyton, 1986). Die fünfte Ebene erfasst grammatische Strukturen in enger Anlehnung an die vorherige Modellierung der Wahrnehmung. Dabei spielen Symmetrieeigenschaften, Transformationsgruppen und Stabilität eine zentrale Rolle. Mit der aus der mathematischen Wahrnehmungstheorie auf geometrischer Basis entwickelten Modellstruktur verallgemeinert Leyton Chomsky's Transformationshypothesen (bezogen auf Chomsky 1957 und 1981). In seinem Büchern „Symmetry, Causality, Mind“ (1992)“ und „A Generative Theory of Shape“ (2001) benützt und verändert Leyton den Begriff der Invarianz und der Symmetrie im Erlanger Programm von Felix Klein (1872. Für ihn ist die *Information* einer visuellen Gestalt (aber auch eines Satzes) durch das „Gedächtnis“ seiner Umformung aus einer neutralen (informationslosen) Basis-Struktur gekennzeichnet. Der Informationsgehalt korreliert mit dem Ausmaß der Deformation bzw. der Länge des Deformationsweges. Er sagt:

> „GENERATIVE GEOMETRY: A geometric object is one from which the transformations are recoverable; i.e. a geometric object is a memory store.”

In der Architektur liegen (ähnlich wie in der Musik) die Strukturprinzipien auch für den Gestalter relativ klar auf der Hand und sie werden in der projektiven Geometrie (bzw. in der Praxis des technischen Zeichnens) sowie in den Entwurfs-Tools des CAD vom Architekten

[10] Vgl. die Buchpublikationen Wildgen (1982, 1985), Wildgen und Mottron (1987) und Wildgen (1994 und 1999).

explizit gemacht. Der Komponist benützt entsprechend klare Prinzipien in der Gestaltung von Musikstücken.

Michael Leytons Grundidee, die ich knapp skizziere, ist die Folgende: Die Suche nach Invarianten siebt quasi das in der geometrischen Form gespeicherte Gedächtnis aus. Gleichzeitig löscht es damit den semiotischen Gehalt. In seiner dieser Tradition entgegengesetzten Strategie wird die Form als ein Gedächtnisspeicher angesehen; dabei geht es im Kern um den Transfer vorgängiger Erfahrung in die Zeichenform und die Lesbarkeit dieser Erfahrung anhand des Zeichens (*transfer* und *recoverability*).

Der generative Charakter der Form besteht darin, eine Struktur dadurch verständlich zu machen, dass man sie generieren kann. Die Ästhetik eines Kunstwerks ist dann die Optimalität des Transfers oder der Lesbarkeit (bei gleichzeitiger hoher Komplexität). Ich will dies an zwei einfachen Beispielen demonstrieren.

In

Abbildung 13 wird das Quadrat durch eine Translation, welche die Seite des Quadrats und eine Rotation (jeweils 90^{o}) der Geraden, welche die vier Seiten neu orientiert, erzeugt. Die Komposition der beiden Gruppenoperationen ergibt die geometrische Form des Quadrats. Ein Zylinder kann durch die Translation eines Kreises (einer Ellipse bei Schrägansicht) erzeugt werden (vgl. Leyton, 2004: 125, 131).

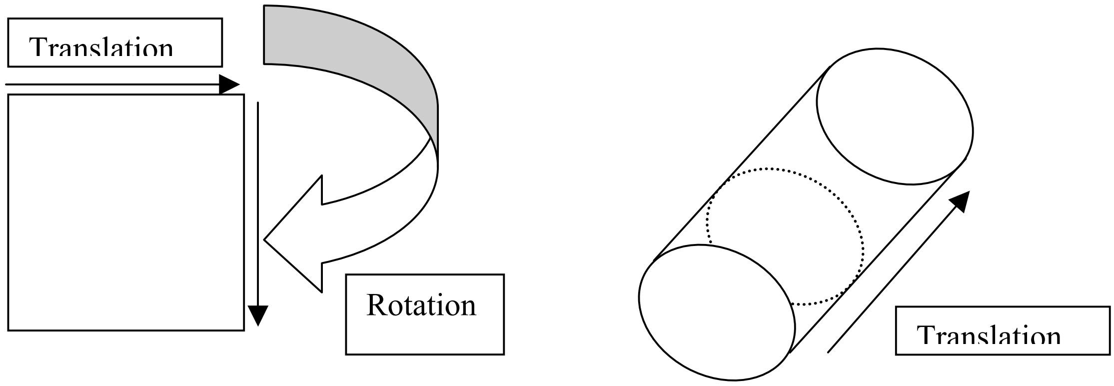

Abbildung 13: Erzeugung eines Quadrats und eines Zylinders.

Gerade bei modernen CAD-entworfenen Gebäuden wird deutlich, dass gewisse Grundformen von Volumina iteriert werden und dadurch eine sogenannte Massenstruktur erzeugt wird. Dabei wird deutlich, dass z.B. ein Gebäude, das aus der regulären Iteration von Kuben (Legebatterien oder Büroeinheiten) besteht, quasi bedeutungslos ist oder extrem bedeutungsarm. Das Ganze erschöpft sich in der Bedeutung der Grundeinheit und diese erschöpft sich in den Basisoperationen Translation und Rotation.

Komplexere Strukturen entstehen erst:

- durch die Vervielfältigung der Typen von Grundeinheiten; diese müssen aber zusammenpassen und möglichst keine Leerräume lassen;[11]
- durch Überschneidungen von geraden und gekrümmten Flächen, dadurch entsteht Spannung (Widerspruch);
- durch quasi-belebte Formen, die der „Architektur" von Blumen, Bäumen abgeschaut sind (ein früher und radikaler Vertreter war Antoni Gaudí).

Generell wird der regulären Form (die bedeutungsarm ist) Irregularität aufgeprägt, Symmetrien werden gebrochen. In der Architektur wurde die architektonische Form meistens noch dekoriert (quasi durch Hinzufügung einer rhetorischen Sekundärstruktur). In Abbildung 14 zeige ich die Rathausfassade in Bremen (fertiggestellt 1610), die der Rhythmik des gotischen Rathauses (1405) mit drei übereinander gelegten rechteckigen Räumen (Keller, Markthalle, Rathaussaal), rhythmischen Arkaden und Fenstern, eine neue weitere Struktur,

[11] Eventuell muss für solche extra eine Bedeutung erfunden werden, so wird den späteren Ecken im Jüdischen Museum in Berlin ein spezieller Symbolwert zugeordnet. Die stoische Wiederholung der sargähnlichen, normierten Stabformen des Holocaust-Denkmals in Berlin soll gerade in der auffälligen Monotonie, die nur durch unterschiedliche Höhe und die wellige Form des Bodens moduliert wird, eine spezielle Interpretation auslösen.

das Risalit in der Mitte, die Prachtgiebel oben, aufsetzt und in den Zwickeln der Arkaden, an den Friesen ein reichhaltiges Bildprogramm zusätzlich zum strengen gotischen Dekor der Kurfürsten-Statuen zwischen den Saalfenstern hinzufügt.

Abbildung 14: Das (gotische) Rathaus in Bremen mit der neu dekorierten Renaissance-Fassade und einem Segment des Frieses .

Die Architektur des 20. Jh. hat dann weitgehend auf diesen, die architektonische Aussage verschleiernden Dekor verzichtet und die Variabilität der architektonischen Grundformen radikal erhöht.

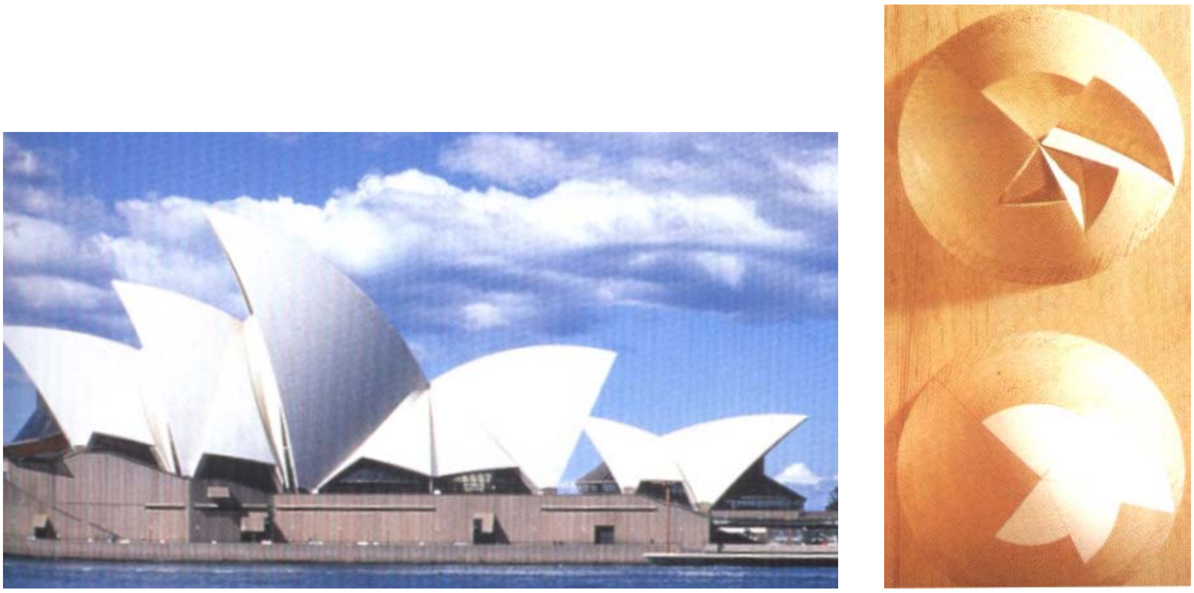

Abbildung 15: Opernhaus in Sidney, 1957-1973, und die zu Grunde liegende Sphärengeometrie

Wie schon Antoni Gaudí und später die Ingenieure Oves Arup und Partner erfuhren, erforderte die neue Architektur eine neue Technologie, neue Modelle der statischen Stabilität. Die Ausführung wurde dadurch teilweise sehr verzögert (die Sacrada-Familia in Barcelona ist nach hundert Jahren in die entscheidende Phase der Einwölbung des Kirchenraumes getreten).

Diese Beschränkung in der technischen Realisierung trifft übrigens auf alle semiotischen Systeme zu. Für die Sprache musste die Design-Realisierung in der Evolution gelöst werden; in der modernen Architektur müssen entsprechende Planungs- und Simulationstechnologien entworfen werden. Wie schon in der Gotik bei der Einwölbung, zeigt erst das fertige Werk, ob die technische Planung korrekt war (wenn das Gewölbe nicht zusammenbricht).

6. Schlussfolgerung

Die Dimensionalität legt fest, welche Basisgeometrie bzw. -dynamik der Formen zum Tragen kommt. Symmetrien schränken die Kombinatorik entscheidend ein und erhöhen die Stabilität der Konstrukte. Kapazitäten für Bedeutungen werden erst durch Abweichungen von einfachsten, invarianten, symmetrischen Mustern geschaffen. Dabei müssen die einer natürlichen Semiose gebildeten Formen, die ein Gedächtnis bilden, das in die Formen einfließt, und der aufgesetzte Dekor unterschieden werden. Letzteres wurde exemplarisch anhand der Architektur gezeigt.

In den Rahmen des Designs von Zeichenformen (ihrer Generation und Lektüre) hat die Computersemiotik ihren eigentlichen Platz. Dies kann am besten an der Planung und dem Modellentwurf in der architektonischen Gestaltung gezeigt werden. Es fragt sich, ob dieser Aspekt auf die Computerlinguistik und die Computerkunst angewandt und verallgemeinert werden kann. Dies würde bedeuten, dass zuerst eine Basis neutraler Invarianten, in Abhängigkeit von der Dimension der Zeichen zu generieren ist. Anschließend muss die Kompositionsproblematik in Anbetracht der Gedächtnisfunktion von Zeichen als Abweichung von den Invarianten bearbeitet werden. Am Schluss wäre dann die semiotische Ausschmückung zu erfassen. Die Konsequenzen eines solchen Aufbaus der Computersemiotik möchte ich gerne zur Diskussion stellen.

Literatur:

Bloomfield, Leonard, 1933. Language, New York.

Chomsky, Noam, 1957. Syntactic Structures, Mouton, Den Haag.

Chomsky, Noam, 1981. Lectures on Government and Binding, Dordrecht.

Field, Michael und Martin Golubitsky, 1993. Chaotische Symmetrien. Die Suche nach Mustern in Mathematik, Kunst und Natur, Birkhäuser, Basel.

Giralt-Miracle, Daniel (Hg.), 2002. Gaudí. La busqueda de la forma. Espacio, geometria, estrudura y construcción. Museu d'Història de la Ciutat, Barcelona.

Harris, Zellig S., 1957. Co-occurrence and Transformation in Linguistic Structure, in: Language 33: 283-340.

Leyton, Michael, 1986. Principles of Information Structure Common to Six Levels of the Human Cognitive System, in: Information Sciences 38: 1-120.

Leyton, Michael, 1992. Symmetry, Causality, Mind. MIT Press, Cambridge (MA).

Leyton, Michael. 2001. A Generative Theory of Shape, Springer, Heidelberg.

Leyton, Michael, 2004. Musical Works are Maximal Memory Stores, in: Perspectives in Mathematical and Computational Music Theory: 116-152.

Leyton, Michael (im Druck). Shape a Memory. A Geometric Theory of Architecture, Birkhäuser, Basel.

Nerdinger, Winfried (Hg.) ..... Konstruktion und Raum in der Architektur des 20. Jahrhunderts, Prestel, München.

Neuser, Wolfgang, 1996. Bruno, Junguis und Leibniz. Vorstellungen von Raum und Atom im 16./17. Jahrhundert. Vortrag beim Kongress der Allgemeinen Gesellschaft für Philosophie, 24.09.1996, Vorabdruck, Universität Kaiserslautern.

Peirce, Charles Sanders, 1986. Semiotische Schriften, Bd. 1, Suhrkamp, Frankfurt/Main.

Peitgen, Heinz-Otto, Hartmut Jürgens and Dietmar Saupe, 1992. Bausteine des Chaos Fraktale, Springer, Berlin.

Petitot-Cocorda, Jean, 1985. Les catastrophes de la parole. De Roman Jakobson à René Thom, Maloine, Paris.

Slodowy, Peter, 1988. Platonic Solids, Kleinian Singularities, Elementary Catastrophes, and Lie Groups, in: Jean Petitot-Cocorda (Hg.) Logos et théorie des catastrophes. A partir de l'œuvre de René Thom, Patiño, Genf: 73-98

Stewart, Ian. 1989. Does God Play Dice? The Mathematics of Chaos, Penguin Books, London.

Thom, René, 1983. Mathematical Models of Morphogenesis, Horwood (Wiley), New York.

Tomlow, Yves (Hg.), 1989. Das Modell. Antoni Gaudis Hängemodell und seine Rekonstruktion – Neue Erkenntnisse zum Entwurf für die Kirche der Colonia Goell, in: IL (Infor the Institute of Lightweight Structrures), 34, Krämer-Verlag, Stuttgart.

Wildgen, Wolfgang, 1982. Catastrophe Theoretic Semantics. An Elaboration and Application of René Thom's Theory, Benjamins, Amsterdam.

Wildgen, Wolfgang, 1985. Archetypensemantik: Grundlagen einer dynamischen Semantik auf der Basis der Katastrophentheorie, Narr, Tübingen.

Wildgen, Wolfgang, 1998a. Das kosmische Gedächtnis. Kosmologie, Semiotik und Gedächtnistheorie im Werke von Giordano Bruno (1548-1600), Lang, Frankfurt.

Wildgen, Wolfgang, 1998b. Chaos, Fractals and Dissipative Structures in Language. Or the End of Linguistic Structuralism, in: Gabriel Altmann und Walter A. Koch (Hg.). Systems. New Paradigms for the Human Sciences, de Gruyter, Berlin: 596-620.

Wildgen, Wolfgang, 1999. De la grammaire au discours. Une approche morphodynamique, Lang, Bern.

Wildgen, Wolfgang, 2003. Die Sprache – Cassirers Auseinandersetzung mit der zeitgenössischen Sprachwissenschaft und Sprachtheorie. In: Kultur und Symbol. Die Philosophie Ernst Cassirers, hg. von Sandkühler, Hans Jörg und Detlev Pätzold. Stuttgart, Metzler: 171-201.

Wildgen, Wolfgang, 2004a. The Evolution of Human Languages. Scenarios, Principles, and Cultural Dynamics. Amsterdam: Benjamins.

Wildgen, Wolfgang, 2004b. The Dimensionality of Text and Picture and the Organization of Content Based Complexes, in: Festschrift Rieger, Springer, Hamburg (erscheint 2005).

Wildgen, Wolf, 2004c. Conceptual Innovation in Art. Three Case Studies on Leonardo da Vinci, William Turner, and Henry Moore, in: Frank Brisard, Michael Meeuwis und Bart Vandenabeele (Hg.), 2004. Seduction, Community, and Speech: A Festschrift for Herman Parret, Benjamins, Amsterdam: 183-196.

Wildgen, Wolfgang , 2005. Le problème du continu/discontinu dans la sémiotique de René Thom et l'évolution des langues. in: Cahiers de Praxématique 42 :121.143.

Wildgen, Wolfgang and Laurent Mottron, 1987. Dynamische Sprachtheorie. Sprachbeschreibung und Spracheerklärung nach den Prinzipien der Selbstorganisation und der Morphogenese, Brockmeyer, Bochum.

Wolff, Robert, 1963. Chemische Bindungen, Dümmler, Bonn.